<http://baguzin.ru/wp/?p=5708>

скопированы отдельные фрагменты статьи. Очень хорошо написано про распределение Стьюдента, здесь упущено

*Построение доверительного интервала для математического ожидания генеральной совокупности*

Автор: **Baguzin** |

**Построение доверительного интервала для математического ожидания генеральной совокупности при известном стандартном отклонении**

[**Ранее**](http://baguzin.ru/wp/?p=5663) мы применили информацию о распределении и центральную предельную теорему, [**[2]**](http://baguzin.ru/wp/?p=5708#footnote2) чтобы вычислить процентную долю выборочных средних, лежащих в окрестности математического ожидания генеральной совокупности на расстоянии, не превышающем заданное. Например, при анализе веса коробок с кукурузными хлопьями, 95% всех выборочных средних лежат в интервале от 362,12 до 373,88 г. Это утверждение получено с помощью дедукции, поскольку свойства выборки определялись на основе данных о генеральной совокупности. Однако теперь нам необходимо применить противоположный способ рассуждения — индуктивный, так как в теории статистического вывода, наоборот, свойства генеральной совокупности определяются на основе параметров отдельной выборки. На практике математическое ожидание генеральной совокупности, как правило, не известно и должно быть оценено.

Интервальная оценка, доверительный уровень которой равен 95%, интерпретируется следующим образом: если из генеральной совокупности извлечь все выборки, имеющие объем n, и вычислить их выборочные средние, то 95% доверительных интервалов, построенных на их основе, будут содержать математическое ожидание генеральной совокупности, а 5% — нет. На практике, как правило, из генеральной совокупности извлекается только одна выборка, а математическое ожидание генеральной совокупности μ не известно. По этой причине невозможно гарантировать, что некий конкретный доверительный интервал содержит величину μ. Можно лишь утверждать, что вероятность этого события равна 95%.

Пример 1. При производстве бумаги средняя длина листа должна быть равной 11 дюймам, а ее стандартное отклонение — 0,02 дюйма. Периодически из произведенной продукции, чтобы оценить ее качество, извлекаются выборки. Допустим, выборка состоит из 100 листов, а ее выборочное среднее — 10,998 дюйма. Постройте интервал, содержащий математическое ожидание генеральной совокупности, доверительный уровень которого равен 95%.

В Excel до версии 2007 используется функция =ДОВЕРИТ(), начиная с версии 2010 =ДОВЕРИТ.НОРМ(), возвращающая доверительный интервал для среднего генеральной совокупности с использованием нормального распределения. Для приведенного выше примера 1 вычисления в Excel показаны на рис. 3.

Рис. 3. Расчет доверительного интервал для среднего генеральной совокупности в Excel

**Построение доверительного интервала для математического ожидания генеральной совокупности при неизвестной дисперсии**

На практике как математическое значение генеральной совокупности, так и его стандартное отклонение часто бывают неизвестными. Следовательно, необходимо построить доверительный интервал, содержащий математическое значение генеральной совокупности, используя лишь выборочные статистики ***[http://baguzin.ru/wp/wp-content/uploads/2013/08/%D0%A5_%D0%B1%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%88%D0%BE%D0%B5.jpg](http://baguzin.ru/wp/wp-content/uploads/2013/08/%D0%A5_%D0%B1%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%88%D0%BE%D0%B5.jpg)*** и S.

В Excel до версии 2007 используется функция =ДОВЕРИТ(), начиная с версии 2010 =ДОВЕРИТ.НОРМ(), возвращающая доверительный интервал для среднего генеральной совокупности с использованием нормального распределения. Для приведенного выше примера 1 вычисления в Excel показаны на рис. 3.

**Построение доверительного интервала для математического ожидания генеральной совокупности при неизвестной дисперсии**

На практике как математическое значение генеральной совокупности, так и его стандартное отклонение часто бывают неизвестными. Следовательно, необходимо построить доверительный интервал, содержащий математическое значение генеральной совокупности, используя лишь выборочные статистики ***[http://baguzin.ru/wp/wp-content/uploads/2013/08/%D0%A5_%D0%B1%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%88%D0%BE%D0%B5.jpg](http://baguzin.ru/wp/wp-content/uploads/2013/08/%D0%A5_%D0%B1%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%88%D0%BE%D0%B5.jpg)*** и S.

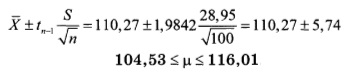
В начале 20-го века статистик Уильям С. Госсет, сотрудник ирландского отделения пивоваренной компании Guinness, заинтересовался проблемой оценки математического ожидания при неизвестном стандартном отклонении.

 Распределение, предложенное Госсетом, называется t-распределением Стьюдента.

Внешне распределение Стьюдента очень напоминает стандартизованное нормальное распределение

**Доверительный интервал.**Рассмотрим формулу для вычисления интервала, содержащего математическое ожидание при неизвестном стандартном отклонении с вероятностью (1 – α)х100%.

Предположим, что при аудиторской проверки из информационной системы извлечена выборка, состоящая из 100 накладных, заполненных в течение последнего месяца. Допустим, что выборочное среднее равно 110,27долл., а выборочное стандартное отклонение — 28,95 долл. Если компания желает построить интервал, имеющий доверительный уровень, равный 95%, критическое значение t-распределения равно 1,9842 (см. табл. 7.1). Используя формулу доверительного интервала получаем:



Кроме уже перечисленных в Excel есть еще целый ряд функций, работающих с t-распределением Стьюдента. Например, вычисление доверительного интервала, содержащего среднюю сумму накладных, с помощью Excel продемонстрировано на рис. 9. Заметим, что до версии 2010 Excel не содержит функции, непосредственно рассчитывающей доверительный интервал для t-распределения Стьюдента.

ДОВЕРИТ.СТЬЮДЕНТ()